2.1.- Divisibilidad en números naturales

Un número es divisible por otro cuando la división entre ellos es exacta. En estos casos existe una relación de divisibilidad.

a) Criterios de divisibilidad

Son reglas que nos permiten reconocer si un número es divisible por otro sin necesidad de realizar la división.

Un número es divisible por:

- **2** si termina en cero o cifra par → *Ej. 1254*
- **3** si la suma de sus cifras es múltiplo de 3 → *Ej. 35127*
- **5** si termina en 0 ó 5 → *Ej. 48795*
- **6** si es a la vez divisible por 2 y 3 → Ej. 21690
- **9** si al sumar sus cifras obtenemos un múltiplo de 9 → *Ej. 278154*
- **10** si termina en 0 → *Ej. 25540*
- **11** si la diferencia entre la suma de las cifras que ocupan lugar par y las que ocupan lugar impar es cero o múltiplo de 11 → *Ej. 121231*

b) Múltiplos de un número

Un número ***b*** es múltiplo de otro ***a*** si la división de ***b*** entre ***a*** es exacta.

$$Ej. \rightarrow \dot{8} = \{8, 16, 24, 32, 40, 48, \ldots\}$$

c) Divisores de un número

Un número ***a*** es divisor de otro ***b*** si la división de ***b*** entre ***a*** es exacta

$$Ej. \rightarrow Div(36) = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$$

$$\begin{array}{l|l} D & d \\ \hline 0 & c \end{array} \Rightarrow \begin{cases} D \text{ es múltiplo de } d \text{ y } c \\ d, c \text{ son divisiores de } D \end{cases}$$

2.2.- Números primos y compuestos

Un número es primo si solo tiene dos divisores: él mismo y la unidad. Cuando un número tiene más de dos divisores se denomina compuesto. El número 1 no se considera ni primo ni compuesto.

Todo número compuesto puede expresarse como un producto de números primos entre sí. A esto se le llama descomponer en factores o factorizar.

$$Ej. \rightarrow 18 = 2 \cdot 3^2$$

Para factorizar un número, se divide entre los sucesivos números primos tantas veces como se pueda hasta obtener como cociente 1.

$$Ej. \rightarrow \begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 19 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \rightarrow 36 = 2^2 \cdot 3^2$$

2.3.- Máximo común divisor

El máximo común divisor de dos o más números es el mayor de los divisores comunes a dichos números. Se expresa ***m.c. d. (a, b , c, …)***

Para calcularlo se factorizan los números y se seleccionan los ***factores comunes con el menor exponente***. El m.c.d. será el producto de dichos factores.

$$Ej. \rightarrow Calcular\ el\ \ m.c.d\,(24,\ 60)$$

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 24 = 2^3 \cdot 3 \\ 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \end{array} \right\} \rightarrow m.c.d.(24,\ 60) = 2^2 \cdot 3 = 12$$

2.4.- Mínimo común múltiplo

El mínimo común múltiplo de dos o más números o ***m.c.m. (a, b, c. …)***, es el menor de los múltiplos comunes a ellos.

Para calcularlo se factorizan los números, se seleccionan los ***factores comunes y los no comunes con el mayor exponente***. El mínimo común múltiplo se calcula multiplicando dichos factores.

$$Ej. \rightarrow Calcular\ el\ \ m.c.m\,(45, 60)$$

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 45 & 3 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \\ \\ 45 = 3^2 \cdot 5 \end{array} \right\} \rightarrow m.c.m.\ (45,\ 60) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$$

Una forma alternativa de calcular el m.c.m es mediante la descomposición de factores múltiple

$$Ej. \rightarrow Calcular\ el\ \ m.c.m\,(45, 60)$$

$$\begin{array}{rr|l} 45 & 60 & 2 \\ 45 & 30 & 2 \\ 45 & 15 & 3 \\ 15 & 5 & 3 \\ 5 & 5 & 5 \\ 1 & 1 & \end{array} \rightarrow m.c.m.\ (45,\ 60) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180$$