

3.1.-Números fraccionarios

Una fracción es una expresión a/b donde a y b son números naturales llamados numerador y denominador respectivamente.

$$\frac{a}{b} \rightarrow a, b \in \mathbb{N} \quad \begin{cases} a \rightarrow \text{numerador} \\ b \rightarrow \text{denominador} \end{cases}$$

a) Fracción como parte de la unidad

La fracción puede expresar un valor con respecto a un total que llamamos unidad. En este caso el denominador representa el número de partes iguales en que dividimos la unidad, y el numerador el número de partes que se toman.

$$\text{Ej.} \rightarrow \frac{3}{5} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \color{green} \blacksquare & \color{green} \blacksquare & \color{green} \blacksquare & \square & \square \\ \hline \end{array}$$

b) Fracción como cociente

Una fracción se puede considerar como la expresión del cociente entre numerador y denominador, siendo el primero el dividendo y el segundo el divisor.

$$\text{Ej.} \rightarrow \frac{3}{5} \rightarrow \begin{array}{r} 3 \overline{)5} \\ \underline{0} \\ 0,6 \end{array}$$

c) Fracción como operador

Una fracción puede actuar como operador de un número. Para calcular el valor se multiplica el número por el numerador y se divide entre el denominador.

$$\text{Ej.} \rightarrow \frac{3}{5} \text{ de } 105 = \frac{3}{5} \cdot 105 = \frac{3 \cdot 105}{5} = 63$$

3.2.- Fracciones propias e impropias

Una fracción es **propia** cuando el numerador es más pequeño que el denominador. Representa un número menor que la unidad.

$$\text{Ej.} \rightarrow \frac{3}{5} \rightarrow \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \color{green} \blacksquare & \color{green} \blacksquare & \color{green} \blacksquare & \square & \square \\ \hline \end{array}$$

En caso contrario, es decir, cuando el numerador es mayor que el denominador, se denomina **impropia** y representa un número mayor que la unidad.

Las fracciones impropias se pueden escribir en forma de número mixto.

$$\text{Ej.} \rightarrow \frac{7}{4} = 1 \frac{3}{4} \rightarrow \begin{array}{|c|c|} \hline \color{green} \blacksquare & \color{green} \blacksquare \\ \hline \color{green} \blacksquare & \color{green} \blacksquare \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|c|} \hline \color{green} \blacksquare & \color{green} \blacksquare \\ \hline \color{green} \blacksquare & \square \\ \hline \end{array}$$

3.3.- Fracciones equivalentes

Dos fracciones son equivalentes cuando representa la misma cantidad, es decir, tienen el mismo valor. Para comprobar si dos fracciones son equivalentes se aplica la siguiente propiedad: *"en todo par de fracciones equivalentes se cumple que el producto de los extremos es igual al producto de los medios"*

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow a \cdot d = b \cdot c$$

a) Propiedad fundamental de las fracciones

En toda fracción se cumple que si multiplicamos o dividimos el numerador y el denominador por un mismo número obtenemos una fracción equivalente.

b) Como obtener fracciones equivalentes

b1. Amplificación: consiste en obtener una fracción equivalente a otra multiplicando el numerador y el denominador por un mismo número.

$$Ej. \rightarrow \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15} \rightarrow \boxed{\frac{2}{3} = \frac{10}{15}}$$

b2. Simplificación: cuando obtenemos una fracción equivalente dividiendo el numerador y el denominador por un mismo número.

$$Ej. \rightarrow \frac{12}{30} = \frac{12 : 2}{30 : 2} = \frac{6}{15} \rightarrow \boxed{\frac{12}{30} = \frac{6}{15}}$$

c) Fracción irreducible

Es aquella que no se puede simplificar. Se obtiene dividiendo el numerador y el denominador de la fracción por el máximo común divisor de ellos.

$$Ej. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{12}{30} = \frac{12 : 6}{30 : 6} = \frac{2}{5} \\ m.c.d.(12, 30) = 6 \end{array} \right\} \rightarrow \boxed{\frac{12}{30} = \frac{2}{5}}$$

3.4.- Comparación de fracciones

Comparar fracciones consiste en ordenarlas según su valor. Para compararlas tendremos en cuenta los siguientes casos:

a) Fracciones con igual denominador

Cuando dos fracciones tienen igual denominador, será mayor la que tenga mayor numerador.

$$Ej. \rightarrow \frac{3}{5}, \frac{4}{5} \rightarrow 3 < 4 \rightarrow \boxed{\frac{3}{5} < \frac{4}{5}}$$

b) Fracciones con el mismo numerador

Cuando dos fracciones tienen igual numerador, será mayor la que tenga el menor denominador

$$Ej. \rightarrow \frac{4}{7}, \frac{4}{12} \rightarrow 7 < 12 \rightarrow \boxed{\frac{4}{7} > \frac{4}{12}}$$

c) Fracciones con distinto numerador y denominador

Para comparar fracciones con distinto numerador y denominador hay que reducirlas a común denominador. Esto consiste en obtener fracciones equivalentes a ellas con el mismo denominador. Para ello calculamos el mínimo común múltiplo de los denominadores que pasará a ser el denominador de las fracciones equivalentes. A continuación se calcula el numerador de las mismas dividiendo el m.c.m. entre el denominador y multiplicando el resultado por el numerador. Esta operación se hace para cada fracción.

$$Ej. \rightarrow \frac{3}{4}, \frac{7}{10} \rightarrow m.c.m.(4, 10) = 20 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{4} = \frac{15}{20} \quad (20 : 4 = 5 \rightarrow 3 \cdot 5 = 15) \\ \frac{7}{10} = \frac{14}{20} \quad (20 : 10 = 2 \rightarrow 7 \cdot 2 = 14) \end{array} \right\} \rightarrow \frac{15}{20} > \frac{14}{20} \rightarrow \boxed{\frac{3}{4} > \frac{7}{10}}$$

3.5.- Suma y resta de fracciones

Para sumar o restar fracciones:

1. Se reducen las fracciones a igual denominador
2. Se suman o restan las fracciones obtenidas en el paso 1 sumando o restando sus numeradores y dejando el mismo denominador.

$$Ej. \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{6} + \frac{5}{8} \rightarrow m.c.m.(6, 8) = 24 \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{6} = \frac{8}{24} \quad (24 : 6 = 4 \rightarrow 2 \cdot 4 = 8) \\ \frac{5}{8} = \frac{15}{24} \quad (24 : 8 = 3 \rightarrow 5 \cdot 3 = 15) \end{array} \right. \\ \frac{2}{6} + \frac{5}{8} = \frac{8}{24} + \frac{15}{24} = \frac{8+15}{24} = \boxed{\frac{23}{24}} \end{array} \right.$$

3.6.- Multiplicación de fracciones

El producto de dos fracciones es otra fracción que tiene por numerador el producto de los numeradores y por denominador el producto de los denominadores.

$$Ej. \rightarrow \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \boxed{\frac{10}{21}}$$

3.7.- División de fracciones

Fracción inversa: es la que se obtiene al cambiar numerador y denominador entre sí. Para dividir dos fracciones se multiplica la primera fracción por la inversa de la segunda.

$$\text{Ej. } \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{2}{3} : \frac{5}{7} = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{5} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 5} = \frac{14}{15} \\ \text{Fracc. Inversa de } \frac{5}{7} \rightarrow \frac{7}{5} \end{array} \right.$$

3.8.- Operaciones combinadas con fracciones

El orden que se sigue en las operaciones con fracciones es el mismo que en las operaciones con números naturales:

- 1.- Se realizan las operaciones que haya entre paréntesis o corchetes.
- 2.- A continuación productos y divisiones de izquierda a derecha
- 3.- Se termina con sumas y resta de izquierda a derecha.

Teoría

