

6.1.- Lenguaje algebraico

El lenguaje numérico expresa información matemática mediante el uso exclusivo de números y signos matemáticos.

Ej → La suma de cuatro más tres → $4+3$

El lenguaje algebraico expresa información matemática mediante el uso de números, signos matemáticos y letras.

Ej → La suma de dos números → $a+b$

a) Expresiones algebraicas

Una expresión algebraica es una combinación de letras, números y operaciones entre ellos.

Lenguaje usual	Expresión algebraica
La edad de Juan	j
María, hermana de Juan, tiene 6 años más que él	$j+6$
La edad del padre de Juan y María, es la suma de las edades de ambos	$j+(j+6)$
El triple de la suma de dos números	$3 \cdot (a+b)$
El opuesto de un número	$-x$
La suma de dos números consecutivos	$X+(x+1)$

b) Valor numérico de una expresión algebraica.

Es el número que resulta de sustituir las letras de una expresión algebraica por el valor de las mismas (una vez que lo sepamos) y realizar las operaciones indicadas en la expresión.

Ej → Calcular el valor numérico de $2x+3$ para $x=5$ → $2 \cdot (5) + 3 = 13$

6.2.- Monomios

Los monomios son las expresiones algebraicas más sencillas y están formadas por el producto de un número por una o más letras

Ej → $3ab^2$

Llamamos **grado del monomio** a la suma de los exponentes de las letras que forman parte del monomio. Al número (incluido su signo) se le denomina **coeficiente** y a la letra o letras **parte literal**.

Monomio	Coeficiente	Parte Literal	Grado
$6x$	6	x	1
$-2a^2b^4$	- 2	a^2b^4	$2+4 = 6$
$-\frac{1}{2}x^2y$	- $\frac{1}{2}$	x^2y	$2+1 = 3$
$-wt$	- 1	wt	$1+1 = 2$

a) Suma y resta de monomios

Dos o más monomios son **semejantes** cuando tienen la misma parte literal. Para sumar o restar monomios, tienen que ser semejantes y el resultado es otro monomio (también semejante a ellos) que tiene por coeficiente la suma o resta de los coeficientes y mantiene la parte literal. En caso de no ser semejantes, se deja la suma o resta indicada.

$$Ej \rightarrow 3x + 7x = 10x \quad 5ab - 7ab = -2ab$$

b) Producto de un número por un monomio

El producto de un número por un monomio es otro monomio semejante que tiene por coeficiente el producto del número por el coeficiente del monomio y como parte literal la misma.

$$Ej \rightarrow -3 \cdot 15a^2b = -45a^2b$$

6.3.- Ecuaciones

Una igualdad está formada por dos expresiones separadas por el signo =

Las igualdades pueden ser:

- **Numérica:** cuando solo intervienen números
- **Algebraica:** cuando intervienen números y letras

a) Identidad y ecuación

- Una **identidad** es una igualdad algebraica que es cierta para todos los valores de las letras.

$$Ej. \quad 5x + x = 6x \rightarrow \begin{cases} Si \ x = 1 \rightarrow \begin{cases} 5 \cdot 1 + 1 = 6 \\ 6 \cdot 1 = 6 \end{cases} \\ Si \ x = 2 \rightarrow \begin{cases} 5 \cdot 2 + 2 = 12 \\ 6 \cdot 2 = 12 \end{cases} \end{cases}$$

- Una **ecuación** es una igualdad algebraica que es cierta solamente para alguno o algunos valores de las letras.

$$Ej. \quad 8x + 2 = 18 \rightarrow \begin{cases} Si \ x = 1 \rightarrow 8 \cdot 1 + 2 = 10 \rightarrow 10 \neq 18 \rightarrow \text{No se cumple} \\ \text{Solo se cumple:} \\ Si \ x = 2 \rightarrow 8 \cdot 2 + 2 = 18 \rightarrow 18 = 18 \end{cases}$$

b) Elementos de una ecuación

En toda ecuación podemos destacar los siguientes elementos:

- **Miembros:** son las expresiones algebraicas que hay a cada lado del igual y se denominan, de izquierda a derecha, primer y segundo miembro respectivamente.
- **Términos:** son cada uno de los sumandos que forman los miembros.

- **Incógnitas:** son las letras que aparecen en los términos y sus valores son desconocidos.
- **Grado de la ecuación:** es igual al término de mayor grado
- **Solución:** es el valor o valores numéricos de la incógnita que hace que sea cierta la igualdad.

c) Ecuaciones equivalentes

Dos ecuaciones son equivalentes cuando tienen la misma solución.

d) Transposición de términos

- Si a los dos miembros de una ecuación se les suma o resta un mismo número o expresión algebraica, se obtiene una ecuación equivalente.

$$\text{Ej. } \boxed{3x - 2 = 7} \rightarrow \text{Sumamos } 2 \rightarrow 3x - \cancel{2} + \cancel{2} = 7 + 2 \rightarrow \boxed{3x = 9}$$

- Si los dos miembros de una ecuación se multiplican o dividen por un mismo número o expresión algebraica, se obtiene una ecuación equivalente.

$$\text{Ej. } \boxed{\frac{3x}{2} = 15} \rightarrow \text{Multiplicamos por } 2 \rightarrow \frac{\cancel{2} \cdot 3x}{\cancel{2}} = 15 \cdot 2 \rightarrow \boxed{3x = 30}$$

6.4.- Resolución de ecuaciones de primer grado con una incógnita

Resolver una ecuación consiste en encontrar el valor de la incógnita. **Despejar** la incógnita consiste en dejarla en uno de los miembros de la igualdad para obtener su valor.

a) Método general

Se agrupan en un mismo miembro los términos con la incógnita y en el otro miembro los numéricos. Para ello recurrimos al siguiente método (basado en la transposición de términos):

- Un término que está sumando puede pasar al otro miembro restando. Si está restando, pasará al otro miembro sumando.
- Un término que está multiplicando pasará al otro miembro dividiendo. Si está dividiendo lo hará multiplicando.

A continuación se despeja la incógnita y se halla su valor.

$$\text{Ej. } \boxed{3x - 7 = 8} \rightarrow 3x = 8 + 7 \rightarrow \boxed{3x = 15} \rightarrow x = \frac{15}{3} \rightarrow \boxed{x = 5}$$

b) Ecuaciones con paréntesis

Para resolverlas se siguen los siguientes pasos:

- 1º Eliminamos los paréntesis
- 2º Agrupamos los términos con incógnitas en un miembro y los numéricos en el otro.

- 3º Reducimos los términos semejantes realizando las operaciones indicadas.
- 4º Despejamos la incógnita y hallamos su valor numérico.

Ej.

$$4 \cdot (2 + x) - 2 = 15 + x$$

$$8 + 4x - 2 = 15 + x$$

$$4x - x = 15 - 8 + 2$$

$$3x = 9$$

$$x = \frac{9}{3} \rightarrow \boxed{x = 3}$$

c) Ecuaciones con denominadores

Para resolver ecuaciones con denominadores debemos seguir los pasos siguientes:

- 1º Eliminamos los denominadores multiplicando los dos miembros por el m.c.m. de los denominadores.
- 2º Eliminamos los paréntesis
- 3º Agrupamos los términos con la incógnita en un miembro y los términos numéricos en el otro.
- 4º Reducimos los términos semejantes si los hubiera
- 5º Despejamos la incógnita y hallamos su valor.

Ej.

$$\frac{x-2}{3} - \frac{x+1}{2} = \frac{-4-x}{5}$$

m.c.m. (2, 3, 5)=30

$$\frac{10 \cdot (x-2)}{30} - \frac{15 \cdot (x+1)}{30} = \frac{6 \cdot (-4-x)}{30}$$

$$10 \cdot (x-2) - 15 \cdot (x+1) = 6 \cdot (-4-x)$$

$$10x - 20 - 15x - 15 = -24 - 6x$$

$$10x - 15x + 6x = -24 + 20 + 15$$

$$\boxed{x = 11}$$

Sierra Teoría